La vérité, la science, la raison

I) Une connaissance purement rationnelle est-elle possible ?

A) <u>La démonstration mathématique : une connaissance purement rationnelle</u> ?

2) *Les fondements de la démonstration : la raison... ou le cœur ?*

Le texte de Pascal nous permet de mettre en lumière l'ambivalence de la démonstration mathématique (et, à travers elle, de *toute* démonstration). La méthode démonstrative *serait* parfaite *si* elle était régie par un double principe... qui est tout à fait inaccessible à l'esprit humain. La méthode de démonstration parfaite serait en effet une méthode qui satisferait deux impératifs :

a) tout définir : le mathématicien ne doit jamais utiliser des signes ou des symboles dont il n'a pas précisé auparavant le sens.

b) tout démontrer : un mathématicien ne doit jamais prendre appui sur un énoncé qui n'a pas été préalablement démontré.

Ces deux impératifs semblent au départ être des règles évidentes : comment un mathématicien pourrait-il introduire dans ses calculs un signe « Zeug » sans jamais avoir défini précisément ce que signifie ce « zeug » ? De même, il est évident que, si un mathématicien démontre un énoncé en partant d'un énoncé qui, lui, n'a pas été démontré... il ne fait qu'opérer des déductions logiques à partir d'un énoncé dont rien ne nous dit qu'il est vrai !

C'est peut-être évident... mais il est tout aussi évident qu'un mathématicien humain *ne peut pas* souscrire à ces deux impératifs. En effet, pour définir un signe, le mathématicien a besoin d'autres signes (on définit un mot avec d'autres mots). Il va donc falloir définir à leur tour ces autres mots, avec des mots qu'il faudra à leur tour définir, etc. Bref : le premier impératif implique nécessairement une **régression à l'infini.** Pour pouvoir faire des mathématiques, il faut nécessairement partir de mots que *l'on ne définit plus*, parce qu'on n'en a plus de plus simples pour les définir. « Tout définir »... est donc impossible.

Même chose pour le second impératif : on peut démontrer un énoncé en le déduisant logiquement à partir d'un autre énoncé ; mais il faudra alors démontrer cet énoncé en le déduisant logiquement d'un autre énoncé, qui lui-même... etc. Là encore, le second impératif nous condamne à une régression à l'infini : tout mathématicien doit partir d'énoncés qu'il ne démontre jamais.

Ceci pose deux problèmes :

a) il y a toujours des termes non définis et des énoncés non démontrés au sein d'une démonstration, même en mathématiques.

b) ces termes non définis et ces énoncés non démontrés *sont précisément ceux avec lesquels on va définir et démontrer tous les autres !*

En d'autres termes : tout le savoir mathématique repose sur des concepts non définis et des énoncés non démontrés !

Est-ce réellement un problème ? Pour un « rationaliste », qui voulait faire de la démonstration une méthode purement logique et rationnelle, oui. Pour Pascal, non. Car le sens des termes premiers (ce que l'on ne définit plus) et la vérité des énoncés premiers (ceux que l'on ne démontre plus), bref la vérité des *axiomes* est « absolument certaine » – bien qu'elle soit moins « convaincante ». Elle ne peut pas être convaincante, puisque précisément on ne peut pas « justifier » cette vérité par des arguments rationnels (on ne peut pas démontrer les axiomes). Mais pour Pascal, cette vérité des axiomes *est tout de même certaine*, car elle nous est donnée par cette « lumière naturelle » qu'est : l'**évidence**.

Quelle est donc la capacité qui nous permet de saisir l'évidence, quel est l'œil qui peut capter la « lumière naturelle » ? Il ne peut pas s'agir de la raison, puisque la raison ne peut admettre la vérité d'un énoncé que suite à des preuves rationnelles, des arguments qui, justement, font ici défaut. Pour Pascal, cette capacité intérieure, c'est le **cœur.** C'est par le cœur que nous recevons les évidences premières, que nous connaissons le sens des termes premiers, des principes fondamentaux. Le coeur ne sait donc pas *pourquoi* les axiomes sont vrais (il ne peut pas en donner les *raisons*) mais il *sait* néanmoins qu'ils sont vrais : c'est en ce sens que « le coeur a ses raisons que la raison ne connaît pas ». Le coeur nous permet de saisir l'évidence des concepts et principes fondamentaux sur lesquels repose toute démonstration, concepts et principes que la raison ne peut plus ni définir, ni démontrer.

En ce sens, grâce au « cœur », on peut être absolument certain de la vérité des axiomes sur lesquels repose toute démonstration. On ne peut pas définir le temps, l'espace, le nombre : mais le cœur nous permet de savoir avec évidence de quoi il s'agit. On ne peut pas démontrer le principe de non-contradiction (une chose ne peut pas à la fois *être A* (par exemple : être un animal) et *être non-A* (être un non-animal : ne pas être un animal) ; mais le cœur nous permet de savoir avec certitude que ce principe est vrai. On voit donc ce qui fait la force et la faiblesse de la démonstration pour Pascal : elle est déduite d'axiomes évidents. C'est une force, car cela implique que la démonstration donne accès à un savoir certain : ce qui est logiquement déduit d'axiomes certains est nécessairement certain. Mais c'est aussi une faiblesse, dans la mesure où cela revient à dire que ***toute* démonstration, en mathématiques comme ailleurs, repose nécessairement sur des concepts non définis et des principes non démontrés** ; bref : toute démonstration n'a de validité que celle que l'on reconnaît, non aux déductions de la raison, mais aux *intuitions du coeur*... ce qui est loin d'être évident pour un mathématicien !