La vérité, la science, la raison

I) Une connaissance purement rationnelle est-elle possible ?

Pour étudier notre premier axe, il est préférable de partir du domaine où, apparemment, on a le plus de chances de rencontrer une connaissance purement rationnelle : le savoir mathématique. Les mathématiques reposent sur une forme particulière de raisonnement : la **démonstration**. Et il peut sembler, à première vue, qu'une démonstration mathématique ne fasse appel qu'aux ressources du raisonnement. On mathématiques, on ne ferait donc « que » raisonner.

Mais est-ce le cas ?

A) La démonstration mathématique : une connaissance purement rationnelle ?

1) *La notion de démonstration*

La démonstration est une méthode de recherche de la vérité qui, apparemment , (ne) prend appui (que) sur la *déduction logique*, et donc sur la **raison**. En ce sens, elle n'a pas besoin du secours (douteux) de **l'imagination**, elle n'a pas besoin de prendre appui sur les **sens** (qui peuvent être trompeurs), ni sur la **croyance** (par exemple religieuse). Elle ne dépend pas des caractéristiques personnelles de celui qui démontre : elle est donc **objective**.

Prenons un exemple de démonstration mathématique : nous allons démontrer que

$(a+b)^2 = a^2 + 2\ ab + b^2$.

Pour ce faire, nous suivons les étapes suivantes :

$(a+b)^2 =(a + b) \times (a + b)$ [selon la définition du carré]

$= (a \times a) + (a \times b) + (b \times a) + (b \times b)$ [selon la règle de distributivité de la multiplication]

$= a^2 + (a \times b) + (b \times a) + b^2$ [selon la définition du carré]

$= a^2 + (a \times b) + (a \times b) + b^2$ [selon la règle de commutativité de la multiplication]

$= a^2 + 2\ (a \times b) + b^2$ [selon la définition de la multiplication]

CQFD (Ce Qu'il Fallait Démontrer)

Pour élaborer notre démonstration, nous avons donc effectué une suite de « traductions » de l'énoncé en ne prenant appui *que* sur des **définitions** et des **règles de base** du calcul. Ces définitions et règles de base font partie des **Axiomes** des mathématiques.

On peut donc caractériser la démonstration comme **une méthode de raisonnement permettant de *déduire logiquement* un énoncé d'un ensemble d'*axiomes***. Une fois ces axiomes posés, on peut déduire logiquement un ensemble d'énoncés, ce qui revient à les démontrer.

Ceci nous permet de distinguer 3 types d'énoncés :

a) les *axiomes*. Ce sont les énoncés de départ, qu'on ne démontre pas mais qui servent à démontrer tous les autres énoncés vrais.

b) les *théorèmes*. Ce sont des énoncés considérés comme vrais puisqu'ils ont été démontrés (déduits logiquement des axiomes)

c) les *postulats*. Ce sont des énoncés que l'on considère comme vrais (on admet qu'ils sont démontrables, ce ne sont donc pas des axiomes), mais dont on ne possède pas la démonstration (ce ne sont donc pas des théorèmes).

On voit alors en quoi la méthode démonstrative peut apparaître comme une méthode idéale : un énoncé qui a été démontré (comme le théorème de Pythagore) est en effet :

a) **nécessairement vrai** : aucun doute ne peut subsister (il n'est pas *possible* que le théorème de Pythagore soit faux alors qu'il a été démontré)

b) **universellement vrai** : il n'autorise aucune exception (aucun triangle rectangle ne peut remettre en cause le théorème de Pythagore)

c) **intemporellement vrai** : le théorème de Pythagore était, est et sera toujours vrai.

Cette perfection interne de la démonstration est évidemment liée au fait qu'elle ne prend pas appui sur nos *sensations*, sur nos *émotions*, sur nos *croyances* religieuses ou sur notre *imagination*, mais uniquement sur la *raison*.

Et c'est cette perfection interne qui explique que la démonstration ait été considérée, à partir du XVII° siècle, comme un (voire comme *le*) modèle de toute méthode de connaissance. C'est aussi ce qui explique l'enjeu que représentent les mathématiques pour le domaine du savoir : dans la mesure où la démonstration est le mode spécifique de la connaissance en mathématiques, et que ce mode de connaissance est le mode idéal, il semble aller de soi que toutes les disciplines devraient chercher à *imiter* les mathématiques. Et c'est d'ailleurs ce qui va se produire, notamment au XVII° siècle : *toutes* les branches du savoir vont chercher à appliquer la méthode « mathématique » qu'est la démonstration.

Deux questions se posent donc :

1) La méthode démonstrative est-elle réellement une méthode de connaissance absolue, *même* en mathématiques ?

2) Peut-on « exporter » la méthode démonstrative *hors* des mathématiques ?